17 2次方程式の利用

レッスン 3007 整数に関する問題

ポイント

- 2次方程式の文章題の解き方
  1 求めたい数を x とおき，方程式を立てる
  2 1の2次方程式を解く
  3 2の解が問題に適しているか確かめる

問題

ある正の整数を2乗した結果は，もとの数の5倍より6大きくなる。もとの数を求めなさい。

解答

もとの数を x とおくと，この数を2乗した結果は，もとの数の5倍より6大きくなるので

$$x^2 = 5x + 6$$
$$x^2 - 5x - 6 = 0$$
$$(x+1)(x-6) = 0$$
$$x = -1,\ 6$$

x は正の整数なので，$x = -1$ は問題に適していない。よって

6 …(答)

確認テスト 整数に関する問題

次の問いに答えなさい。

(1) ある数とその数の2乗の和が56であるとき，ある数を求めなさい。

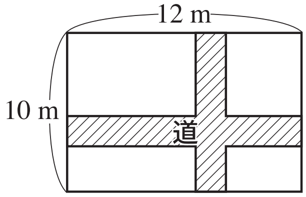
(2) 連続する3つの正の整数があって，それらの2乗の和が365になるとき，この3つの数を求めなさい。

レッスン 3008

面積に関する問題

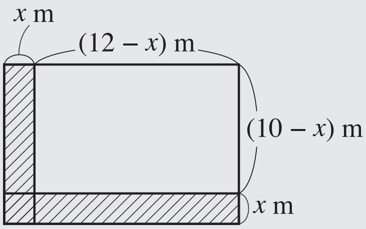
問題

縦が 10 m，横が 12 m の長方形の土地がある。この土地に，右の図のように縦，横，同じ幅の道をつくったところ，道を除いた土地の面積が，もとの土地の面積の $\dfrac{2}{3}$ になった。このとき，道幅を求めなさい。



ポイント

- 右の図のように道を移動させても，道を除いた土地の面積は変わらない
- 道幅を x m とすると，道を除いた土地の面積は $(12-x)\times(10-x)\ (\mathrm{m}^2)$



解答

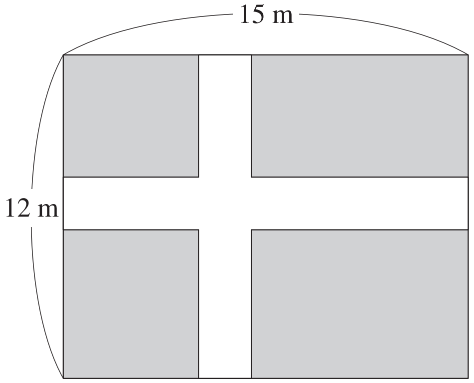
道幅を x m とおくと，道を除いた土地の面積は，もとの土地の面積の $\dfrac{2}{3}$ に等しいので

$$
\begin{aligned}
(12-x)(10-x) &= \frac{2}{3}\times 10\times 12\\
(x-12)(x-10) &= 80\\
x^2-22x+120 &= 80\\
x^2-22x+40 &= 0\\
(x-2)(x-20) &= 0\\
x &= 2,\ 20
\end{aligned}
$$

x は道幅なので，$x < 10$ である。したがって，$x = 20$ は問題に適していない。したがって，求める道幅は

2 m …（答）

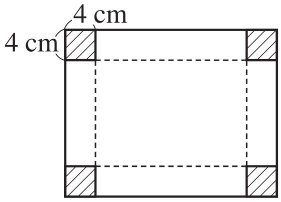
縦が 12 m，横が 15 m の長方形の形をした土地がある。この土地に，図のように同じ幅の道を 2 本つくり，残りの土地を花だんにしたところ，花だんの面積は 130 m^2 になった。つくった道の幅は何 m か求めなさい。



レッスン 3009 容積に関する問題

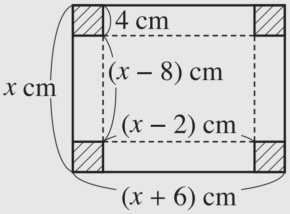
問題

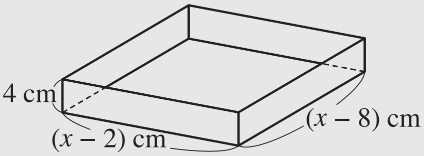
横が縦より 6 cm 長い長方形の厚紙がある。この 4 すみから 1 辺が 4 cm の正方形を切り取り，直方体の容器をつくると，その容積は 2464 cm^3 になる。はじめの厚紙の縦と横の長さを求めなさい。



ポイント

左下の図のように，厚紙の縦の長さを x cm とすると，横の長さは $(x+6)$ cm となる。この厚紙を組み立てると，右下の図のような直方体の容器ができる。





解答

厚紙の縦の長さを x cm とすると，横の長さは $(x+6)$ cm である。
この厚紙を組み立ててできる直方体の容器について

底面の縦の長さ $(x-8)$ cm,
底面の横の長さ $(x-2)$ cm,
高さ 4 cm

であるから，容積について

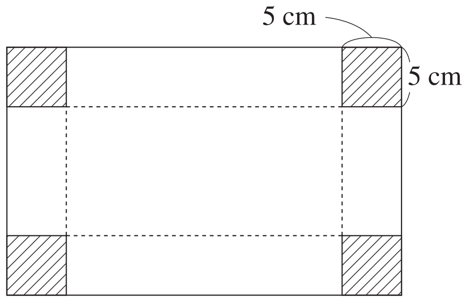
$$(x-8)(x-2)\times 4 = 2464$$
$$(x-8)(x-2) = 616$$
$$x^2-10x+16 = 616$$
$$x^2-10x-600 = 0$$
$$(x-30)(x+20) = 0$$
$$x = -20,\ 30$$

x は厚紙の縦の長さなので，$x=-20$ は問題に適していない。したがって，厚紙の縦と横の長さは

縦 **30 cm**, 横 **36 cm** …(答)

確認テスト 容積に関する問題

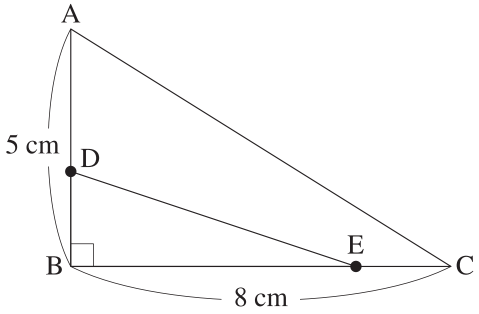
横の長さが縦の長さより 8 cm 長い長方形の紙がある。この 4 すみから 1 辺が 5 cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の容器をつくったら，容積は 420 cm^3 になった。このとき，はじめの長方形の紙の縦の長さを求めなさい。



レッスン 3010 動点に関する問題

問題

次の図のような AB ＝ 5 cm，BC ＝ 8 cm，$\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 D は点 B から点 A に向かって辺 BA 上を毎秒 1 cm の速さで動く。また，点 D が点 B を出発したのと同時に，点 E は点 C から点 B に向かって辺 CB 上を毎秒 1 cm の速さで動く。ただし，点 E は点 D が点 A に着くと停止する。△DBE の面積が 6 cm^2 になるのは，点 D が点 B を出発してから何秒後か答えなさい。

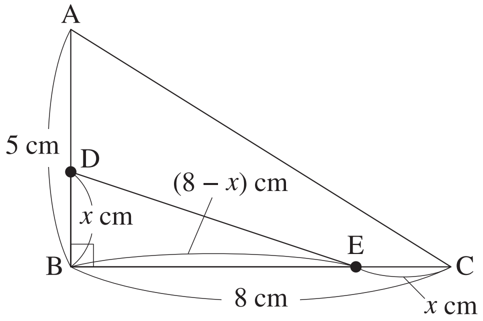


ポイント

- 辺上を動く点がどれだけ動いたかによって，できる図形の形や大きさが変わる
- わかっている値や文字で表せるものを，図にかきこんで整理する

解答

点 D，点 E は，ともに毎秒 1 cm の速さで，それぞれ点 B と点 C を出発するので，x 秒後の辺 BD と辺 EC の長さは x cm となる。



したがって，△DBE の面積は

$$\frac{1}{2} \times x \times (8 - x)\ (\text{cm}^2)$$

と表される。これが $6\ \text{cm}^2$ であるから

$$\frac{1}{2}x(8 - x) = 6$$

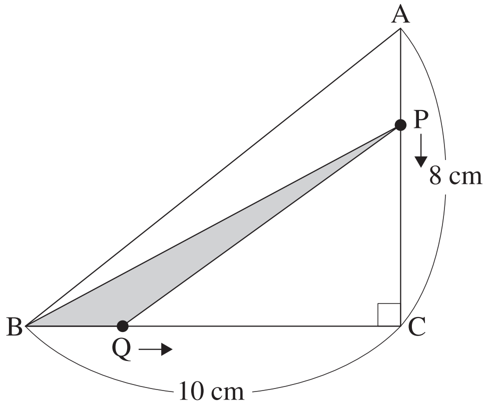
これを解くと

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x(8 - x) &= 6 \\ x(8 - x) &= 12 \\ -x^2 + 8x - 12 &= 0 \\ x^2 - 8x + 12 &= 0 \\ (x - 2)(x - 6) &= 0 \\ x &= 2,\ 6 \end{aligned}$$

また，AB ＝ 5 cm より，点 D が点 A にたどり着くのは 5 秒後なので，$0 \leqq x \leqq 5$ となる。
したがって，$x = 2$ は問題に適しているが，$x = 6$ は適していない。
よって

2 秒後　…（答）

次の図のような直角三角形ABCがあり，AC ＝ 8 cm，BC ＝ 10 cmである。2点P，Qが同時にそれぞれ点A，Bを出発して，点Pは辺AC上をAからCまで，点Qは辺BC上をBからCまで同じ速さで進む。ただし，点Qは点PがCに着くと停止するものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 点PがAから3 cm動いたときの△PBQの面積を求めなさい。

(2) △PBQの面積が6 cm^2になるのは，点Pが何cm動いたときか求めなさい。